# 第19講・二乗に比例する関数④ 面積に関する問題

## 要点整理

**1　中点の座標の求め方**

$(a,\ b)$ と $(c,\ d)$ の中点の座標は $\left(\dfrac{a+c}{2},\ \dfrac{b+d}{2}\right)$

**2　傾きと通る点がわかっている直線の式**

傾きが $a$ で，$(p,\ q)$ を通る直線の式は　$y=a(x-p)+q$

**3　面積の二等分**

・三角形を二等分する…１つの頂点と頂点に向かい合う辺の，真ん中の点を通る直線をひく。

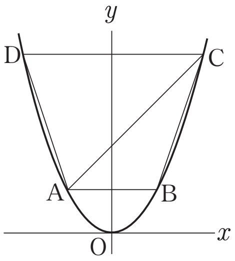
・台形を二等分する…上底と下底の和が半分になるように直線をひく。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## 例題 1

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に4点A，B，C，Dがあり，点Aの座標は（$-2$，2），点Bの $y$ 座標は2，点C，Dの $y$ 座標は8である。次の問いに答えなさい。



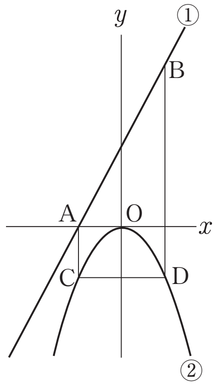

(1)　$a$ の値を求めよ。

(2)　点Aを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めよ。

(3)　点Bを通り，四角形ABCDの面積を2等分する直線が線分CDと交わる点の座標を求めよ。

## 例題 2

右の図のように，2つの関数 $y=2x+6$…①，$y=ax^2$（$a$ は定数）…②のグラフがある。関数①のグラフ上に2点A，Bがあり，Aは関数①のグラフと $x$ 軸との交点である。また，関数②のグラフ上に2点C，Dがあり，線分CDは $x$ 軸に平行である。線分ACと線分BDは $y$ 軸に平行で，BD＝4ACである。このとき，次の問いに答えなさい。




(1)　点Bの座標を求めよ。

(2)　$a$ の値を求めよ。

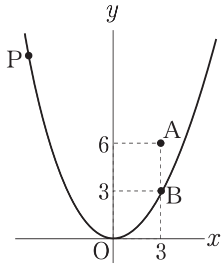
(3)　関数②のグラフ上で，2点C，Dの間に点Pをとる。△PCDの面積が△PACの面積の $\frac{2}{3}$ となるときのPの $x$ 座標を $t$ として，$t$ の方程式をつくり，$t$ の値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 問題

**19－1**

右の図において，２点Ａ，Ｂの座標はそれぞれ，(3, 6)，(3, 3)であり，放物線は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフで，点Ｂを通っている。また，この放物線上に，$x$ 座標が負の数である点Ｐをとる。次の問いに答えなさい。




(1)　点Ｐの $x$ 座標が $-6$ のとき，２点Ａ，Ｐを通る直線の式を求めよ。

(2)　点Ａを通り $x$ 軸に平行な直線を $\ell$ とする。直線 $\ell$ によって△APBの面積が２等分されるとき，点Ｐの $x$ 座標を求めよ。



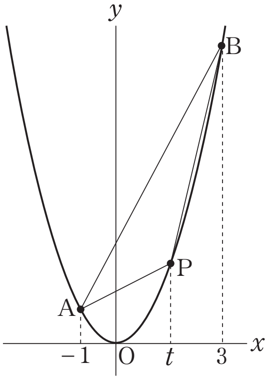
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第19講・確認テスト

［1］　右の図で，放物線は関数 $y=2x^2$ のグラフである。２点 A，B はこの放物線上の点であり，それぞれの $x$ 座標は $-1$，３である。放物線上の A と B の間に点Pをとり，３点P，A，B を結んで△PABをつくる。P の $x$ 座標を $t(-1<t<3)$ とするとき，次の問いに答えなさい。

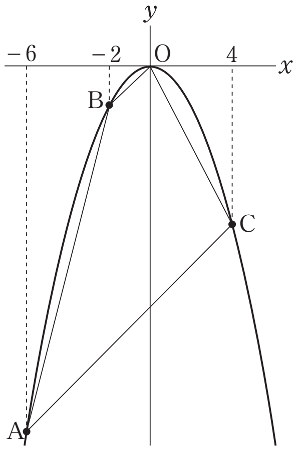



⑴　２点 A，B を通る直線の式は，$y=$［ア］$x+$［イ］である。

⑵　$t=2$ のとき，△PABの面積は［ウエ］である。

⑶　P を通り，$x$ 軸に平行な直線が△PAB の面積を２等分するとき，P の座標は（$\sqrt{［オ］}$，［カキ］）である。

［2］　右の図で，放物線は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。３点 A，B，C はこの放物線上の点であり，$x$ 座標はそれぞれ $-6$，$-2$，４である。このとき，次の問いに答えなさい。




⑴　四角形 OBACの面積は［クケ］である。

⑵　原点を通り，四角形 OBACの面積を２等分する直線の式は $y=$［コ］$x$ である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第19講・二乗に比例する関数④ 面積に関する問題

## 例題 1

(1) $a=\frac{1}{2}$　(2) $y=\frac{3}{5}x+\frac{16}{5}$　(3) $(-2,\ 8)$

**解説**

(1) $y=ax^2$ に，$x=-2$，$y=2$ を代入して，$a=\frac{1}{2}$

2点 $(a,\ b)$，$(c,\ d)$ の中点の座標は $\left(\frac{a+c}{2},\ \frac{b+d}{2}\right)$

(2) B(2, 2)，C(4, 8) で，求める直線は線分BCの中点(3, 5) を通る。

(3) 四角形ABCDは台形で，その面積は，$\frac{1}{2}\times(8+4)\times6=36$　求める点を $E(t,\ 8)$ とすると，$\triangle BCE=36\times\frac{1}{2}=18$ だから，$\frac{1}{2}(4-t)\times6=18$，$t=-2$

## 例題 2

(1) (3, 12)　(2) $a=-\frac{4}{9}$　(3) $t=2$

**解説**

(1) Aは $y=2x+6$ と $x$ 軸の交点だから，A(−3, 0)
よって，$x$ 座標は3

(2) $C(-3,\ 9a)$，$D(3,\ 9a)$　BD＝4ACより，$12-9a=4\times(-9a)$　$a=-\frac{4}{9}$

(3) C(−3, −4)，D(3, −4)，$P\left(t,\ -\frac{4}{9}t^2\right)$ より，
$\triangle PCD=\frac{1}{2}\times6\left\{-\frac{4}{9}t^2-(-4)\right\}$，$\triangle PAC=\frac{1}{2}\times4\{t-(-3)\}$
$\frac{1}{2}\times6(-\frac{4}{9}t^2+4)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times4(t+3)$　これを解いて $t=2,\ -3$
$t\neq-3$ だから，$t=2$

## 19−1

(1) $y=-\frac{2}{3}x+8$　(2) $-3\sqrt{3}$

**解説**

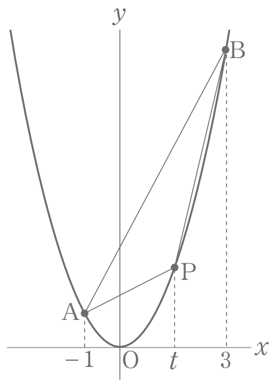
(2) $\ell$ とBPとの交点をQとする。△APQと△AQBで，底辺をともに線分AQとみなせば，△APQ＝△AQBより高さが等しい。△AQBの高さが3とわかるので，△APQの高さも3　よって，Pの $y$ 座標は9になる。$y=\frac{1}{3}x^2$ に $y=9$ を代入して，$x^2=27$　$x<0$ より，$x=-3\sqrt{3}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第19講・確認テスト

［1］　右の図で，放物線は関数 $y=2x^2$ のグラフである。2 点 A，B はこの放物線上の点であり，それぞれの $x$ 座標は $-1$，3 である。放物線上の A と B の間に点 P をとり，3 点 P，A，B を結んで△PAB をつくる。P の $x$ 座標を $t(-1<t<3)$ とするとき，次の問いに答えなさい。

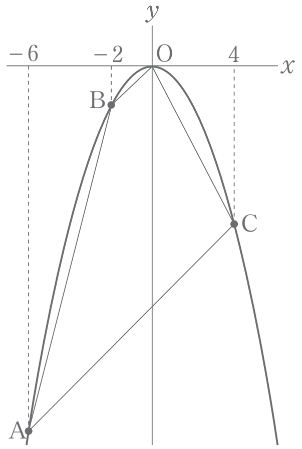



⑴　2 点 A，B を通る直線の式は，$y=$ ［ア］ $x+$ ［イ］ である。

⑵　$t=2$ のとき，△PAB の面積は ［ウエ］ である。

⑶　P を通り，$x$ 軸に平行な直線が△PAB の面積を 2 等分するとき，P の座標は（$\sqrt{［オ］}$，［カキ］）である。

［2］　右の図で，放物線は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。3 点 A，B，C はこの放物線上の点であり，$x$ 座標はそれぞれ $-6$，$-2$，4 である。このとき，次の問いに答えなさい。




⑴　四角形 OBAC の面積は ［クケ］ である。

⑵　原点を通り，四角形 OBAC の面積を 2 等分する直線の式は $y=$ ［コ］ $x$ である。

**解答**

［1］　ア　4　　イ　6　　ウ　1　　エ　2　　オ　5　　カ　1　　キ　0

［2］　ク　7　　ケ　2　　コ　7

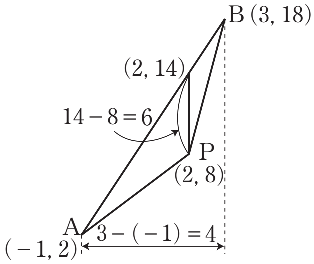


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**解説**

［1］

(1)　A(−1,  2), B(3,  18) より，直線 AB の式は，$y=4x+6$




(2)　P(2,  8) より，P を通り，$y$ 軸に平行な直線が直線 AB と交わる点の座標は，(2,  14)

右の図のように考えて，$\triangle \mathrm{PAB}=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

(3)　線分 AB の中点の座標は，(1,  10)

P を通り，$x$ 軸に平行な直線がこの点を通ることから，

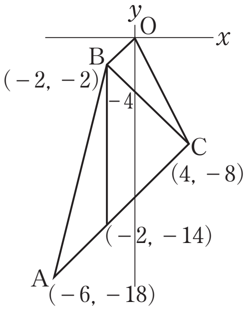
P の $y$ 座標は 10

$y=2x^2$ に $x=t$，$y=10$ を代入して，$10=2t^2$，$t=\pm\sqrt{5}$

$-1<t<3$ より，$t=\sqrt{5}$

［2］

(1)　各点の座標は，A(−6,  −18)，B(−2,  −2)，C(4,  −8)




直線 BO の式は，$y=x$

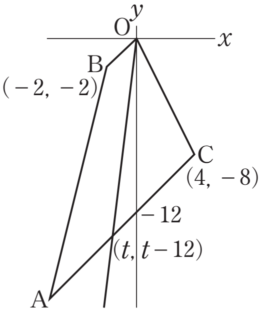
直線 AC の式は，$y=x-12$

直線 BC の式は，$y=-x-4$

四角形 OBAC＝△OBC＋△BAC だから，右の図より，

$\frac{1}{2}\times 4\times\{4-(-2)\}+\frac{1}{2}\times\{-2-(-14)\}\times\{4-(-6)\}=72$

(2)　四角形 OBAC が $y$ 軸によって分けられる 2 つの図形のうち，




C を含む三角形の面積は，$\frac{1}{2}\times 12\times 4=24$ だから，問題の直線と直線 AC との交点は $y$ 軸の左側にある。

右の図のように，問題の直線と直線 AC との交点の $x$ 座標を

$t$ とすると，$\frac{1}{2}\times 12\times(4-t)=72\times\frac{1}{2}$ より，$t=-2$

$y$ 座標は，$-2-12=-14$

よって，求める直線は原点と点 (−2,  −14) を通るから，$y=7x$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。